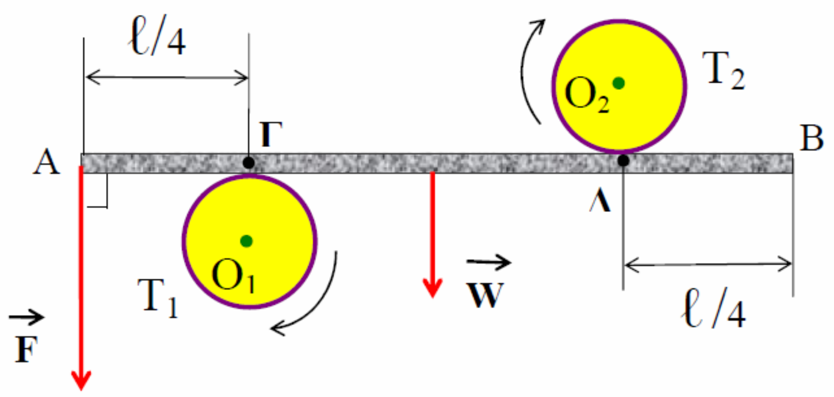
Μια ράβδος ανάμεσα σε δυο τροχούς



Στη διάταξη του σχήματος η ράβδος ΑΒ έχει μήκος ℓ , είναι ομογενής , και το μέτρο του βάρους της είναι w = 200N. Η ράβδος αυτή, παραμένει οριζόντια και ισορροπεί ακουμπώντας σε δυο τροχούς T_1 ,T_2 που έχουν ακτίνες $R_1 = R_2 = 0,1$ m όπως δείχνει το σχήμα.

Οι τροχοί περιστρέφονται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού, γύρω από σταθερούς οριζόντιους άξονες , που είναι κάθετοι στο επίπεδό τους και διέρχονται από τα κέντρα τους O_1 , O_2 με γωνιακές ταχύτητες που έχουν μέτρα $\omega_1 = \omega_2 = 100$ rad/s .

Οι συντελεστές τριβής ολίσθησης ανάμεσα στη ράβδο και τους τροχούς στα σημεία επαφής Γ και Δ είναι $\mu_1 = 0,1$, $\mu_2 = 0,5$ αντίστοιχα , ενώ δεν υπάρχουν τριβές στους άξονες περιστροφής.

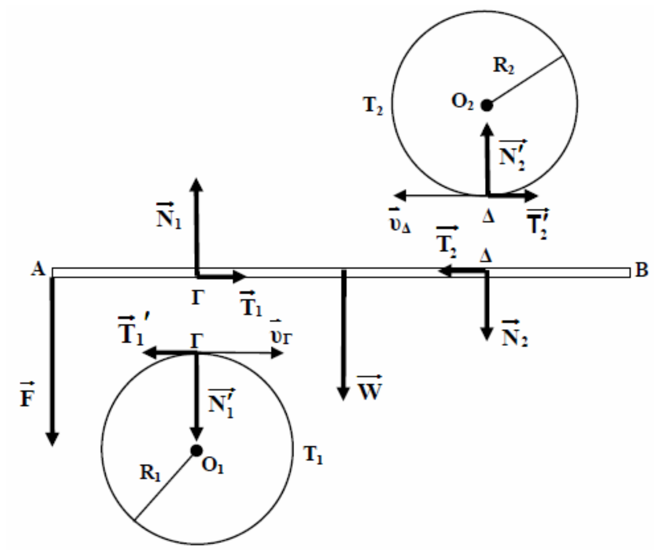
Αν το μέτρο της κατακόρυφης με φορά προς τα κάτω δύναμης είναι F = 600N, να υπολογίσετε :

i) Τις κατακόρυφες και οριζόντιες συνιστώσες των δυνάμεων που δέχεται η ράβδος στα σημεία επαφής και να τις σχεδιάσετε πάνω σε σχήμα.

ii) Τη ισχύ που προσφέρεται σε κάθε τροχό ξεχωριστά.

iii) Τη συνολική ενέργεια που καταναλώνει το σύστημα σε χρόνο Δt = 4 s.

Απάντηση



i) Οι κατακόρυφες και οριζόντιες συνιστώσες των δυνάμεων που δέχεται η ράβδος στα σημεία επαφής Γ, Δ φαίνονται στο σχήμα που ακολουθεί , καθώς και οι αντιδράσεις των δυνάμεων αυτών πάνω σε κάθε ένα κύλινδρο ξεχωριστά. Στη ράβδο ασκείται ακόμη το βάρος της $\vec{W}$ και η δύναμη $\vec{F}$.

Η ράβδος ισορροπεί άρα :

α. $\Sigma F_x = 0$ ή $T_1 = T_2$ (1) και $\Sigma F_y = 0$ ή $F+W+N_2 = N_1$ (2)

β. $\Sigma\tau_{(\Delta)} = 0$ ή $F\cdot\frac{3\ell}{4} - N_1\frac{\ell}{2} + w\frac{\ell}{4} = 0$ ή $3F + W = 2N_1$ (3)

Από το σύστημα των (2) και (3) προκύπτει ότι

N_1 = 1000 N και **N_2 = 200N**

οπότε $T_1 = \mu_1 N_1$ ή T_1= 0,1.1000N ή **T_1 = 100 N** και

$T_2 = \mu_2 N_2$ ή T_2 =0,5. 200 N ή **T_2 = 100N**. (4)

ii) Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ έχουμε:

α . για τον τροχό T_1 :

$W_{\tau_1'} + W_{1,\pi\rho o\sigma\phi} = \Delta K_1$ (5) , όπου $W_{\tau_1'}$ το έργο της ροπής της δύναμης $\vec{T}_1'$ ως προς τον άξονα περιστροφής που περνά από το O_1, και $W_{1,\pi\rho o\sigma\phi}$ η ενέργεια που προσφέρεται μέσω έργου στον τροχό T_1 .

β. για τον τροχό T_2: $W_{\tau_2'} + W_{2,\pi\rho o\sigma\phi} = \Delta K_2$ (6) , όπου $W_{\tau_2'}$, το έργο της ροπής της δύναμης $\vec{T}_2'$ ως προς τον άξονα περιστροφής που περνά από το O_2 και $W_{2,\pi\rho o\sigma\phi}$ η ενέργεια που προσφέρεται μέσω έργου στον τροχό T_2.

Στις εκφράσεις του ΘΜΚΕ δεν συμπεριλαμβάνονται :

α. τα έργα των ροπών των δυνάμεων από τους άξονες στήριξης και τα βάρη των τροχών επειδή οι ροπές αυτές έχουν μηδενικές τιμές ως προς τον άξονα περιστροφής του αντίστοιχου τροχού.

β. τα έργα των ροπών δυνάμεων $\vec{N}_1'$, $\vec{N}_2'$ ως προς τον άξονα του αντίστοιχου τροχού επειδή οι ροπές αυτές είναι μηδέν, λόγω του οι φορείς τους διέρχονται από τον άξονα.

Όμως οι τροχοί περιστρέφονται με σταθερές γωνιακές ταχύτητες άρα $\Delta K_1 = \Delta K_2 = 0$.

Έτσι από τις σχέσεις (5) , (6) έχουμε:

$$\frac{dW_{\tau_1'}}{dt} + \frac{dW_{1,\pi\rho o\sigma\phi}}{dt} = 0 \text{ και } \frac{dW_{\tau_2'}}{dt} + \frac{dW_{2,\pi\rho o\sigma\phi}}{dt} = 0 \text{ άρα}$$

$$\frac{dW_{1,\pi\rho o\sigma\phi}}{dt} = -\frac{dW_{\tau_1'}}{dt} \text{ και } \frac{dW_{2,\pi\rho o\sigma\phi}}{dt} = -\frac{dW_{\tau_2'}}{dt} \text{ ή } P_{1,\pi\rho o\sigma\phi} = -\frac{dW_{\tau_1'}}{dt} \text{ και } P_{2,\pi\rho o\sigma\phi} = -\frac{dW_{\tau_2'}}{dt} \text{ ή}$$

$$P_{1,\pi\rho o\sigma\phi} = -\left(-T_1'R_1\frac{d\theta_1}{dt}\right) \text{ και } P_{2,\pi\rho o\sigma\phi} = -\left(-T_2'R_2\frac{d\theta_2}{dt}\right) \text{ ή}$$

$$P_{1,\pi\rho o\sigma\phi} = T_1'R_1\omega_1 \text{ και } P_{2,\pi\rho o\sigma\phi} = T_2'R_2\omega_2 \text{ (7).}$$

όμως $T_1' = T_1 = 100N$ ως δράση - αντίδραση και

$T_2' = T_2 = 100N$ ως δράση αντίδραση επίσης.

Έτσι από τις σχέσεις (7) με βάση και δεδομένα προκύπτει ότι :

$$\mathbf{P_{1,\pi\rho o\sigma\varphi} = 1000W} \text{ και } \mathbf{P_{2,\pi\rho o\sigma\varphi}=1000W}$$

iii) $E_{o\lambda} = (P_{1,\pi\rho o\sigma\varphi} + P_{2,\pi\rho o\sigma\varphi})\Delta t = (1000+1000)4$ j ή **Eολ= 8000j** .

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Μανώλης Δρακάκης