

Μια σφαίρα που πήρε ανάποδες στροφές.

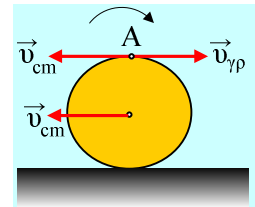
Η σφαίρα του παρακάτω σχήματος έχει ακτίνα $R=0,2\text{m}$ και μάζα $m=1\text{kg}$. Η σφαίρα την χρονική στιγμή $t=0$ βάλλεται με αρχική ταχύτητα $v_{cm}=10\text{m/sec}$ και ταυτόχρονα με την βοήθεια στιγμιαίας εξωτερικής ροπής δίνεται στη σφαίρα κατάλληλη γωνιακή ταχύτητα έτσι ώστε το ανώτερο σημείο της σφαίρας να έχει μηδενική ταχύτητα. Η σφαίρα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο μέχρι να συγκρουστεί μετωπικά ακαριαία κεντρικά και ελαστικά με κύβο ακμής $a=0,4\text{m}$ και μάζας $m=1\text{Kg}$ που είναι ακίνητος και δεμένος με οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $K=\pi^2\text{N/m}$. Αν η αρχική απόσταση των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων ήταν $x=10,4\text{m}$ να βρεθούν:



- A) Ο αριθμός των περιστροφών που θα εκτελέσει η σφαίρα μέχρι να επιστέψει στην αρχική της θέση.
 B) Αν η σφαίρα τελικά κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει ή όχι
 Γ) Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας τη σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο καθώς η γραφική παράσταση της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας σαν συνάρτηση του χρόνου αν θετική φορά θεωρηθεί η αρχική φορά της ταχύτητας του κέντρου μάζας.

Απάντηση:

A) Το ανώτερο σημείο της σφαίρας δεν έχει συνολικά ταχύτητα. Αυτό σημαίνει ότι η γωνιακή ταχύτητα είναι τέτοια ώστε η γραμμική ταχύτητα περιστροφής και η ταχύτητα λόγω της μεταφορικής κίνησης της σφαίρας έχουν στο ανώτερό της σημείο συνισταμένη 0. Έτσι η σφαίρα ενώ εκτελεί μεταφορική κίνηση προς τα αριστερά θα εκτελεί και δεξιόστροφη περιστροφική κίνηση.



Η κίνηση εκτελείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με αποτέλεσμα και η μεταφορική αλλά και η στροφική κίνηση της σφαίρας να μην μπορούν να αλλάξουν. Έτσι η σφαίρα θα εκτελεί ομαλή μεταφορική κίνηση προς τα αριστερά και ταυτόχρονα να εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση δεξιόστροφη

με $\omega = \frac{v_{cm}}{R} = 50\text{r/s}$. Η σφαίρα θα συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με τον κύβο, μετά από χρόνο:

$$t_1 = \frac{x - R - \frac{a}{2}}{v_{cm}} = 1\text{s}$$

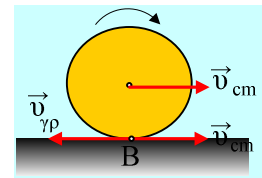
Επειδή οι δυνάμεις την στιγμή της κρούσης είναι κεντρικές δεν θα επηρεάσουν και πάλι την στροφική κατάσταση της σφαίρας μιας και δεν μπορούν να προκαλέσουν ροπή. Η κρούση όμως των δύο σωμάτων

είναι ελαστική και τα σώματα έχουν τις ίδιες μάζες. Έτσι τα σώματα θα ανταλλάξουν τις μεταφορικές τους ταχύτητες. Η σφαίρα θα μείνει μεταφορικά ακίνητη και ο κύβος θα πάρει την ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας. Ο κύβος θα εκτελέσει ΓΑΤ και σε χρόνο $t_2=T/2=1s$ θα επιστρέψει στην αρχική του θέση για να ξανασυγκρουστεί με τη σφαίρα που παραμένει υπομονετικά στην θέση της περιστρεφόμενη γύρω από το κέντρο μάζας της δεξιόστροφα. Τότε θα συμβεί και η δεύτερη κρούση μεταξύ του κύβου και της σφαίρας οπότε τα δύο σώματα τα ανταλλάξουν και πάλι ταχύτητες με την σφαίρα όμως αυτή τη φορά να κινείται προς τα δεξιά. Ο χρόνος που θα κάνει για να φτάσει στην αρχική

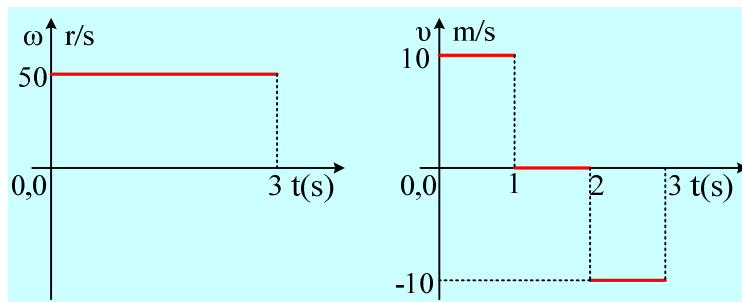
της θέση θα είναι και πάλι $t_3 = \frac{x - R - \frac{a}{2}}{v_{cm}} = 1s$. Τελικά η συνολική γωνία στροφής της σφαίρας ήταν

$$\theta = \omega \cdot t_{ολ} = 50 \cdot 3 = 150 \text{ rad} \quad \text{ή} \quad N = 75/\pi \text{ περιστροφές.}$$

B) Μετά την κρούση η κατεύθυνση της ταχύτητας του κέντρου μάζας έχει αλλάξει χωρίς όμως να αλλάξει η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής. Έτσι το κατώτερο σημείο της σφαίρας θα έχει τώρα συνολικά ταχύτητα 0. Άρα η σφαίρα τώρα θα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει.



Γ) Η γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας είναι συνεχώς σταθερή μιας και δεν ασκήθηκε καμία ροπή στην σφαίρα σε όλη την διάρκεια της κίνησής της. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας άλλαξε εξαιτίας των δύο κρούσεων της σφαίρας με τον κύβο. Έτσι η γραφικές παραστάσεις θα έχουν την παρακάτω μορφή



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

xristoselef@gmail.com

