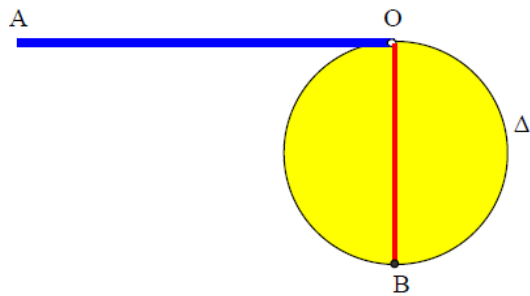


Κρούση ράβδου – δίσκου

Η διάταξη του σχήματος, αποτελείται από μια λεπτή ομογενή ράβδο OA μάζας M μήκους $\ell = 0,3 \text{ m}$ και ένα δίσκο Δ, μάζας $m = 2M$ και ακτίνας $R = \ell/3$.

Τα σώματα αυτά, μπορούν να περιστρέφονται ανεξάρτητα το ένα από το άλλο και χωρίς τριβές, γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα, που περνά από το κοινό άκρο O της ράβδου και της διαμέτρου OB του δίσκου. Στο σημείο B της κατακόρυφης διαμέτρου OB, είναι στερεωμένη μια μικρή ακίδα, αμελητέας μάζας.



Η ράβδος αφήνεται ελεύθερη από την οριζόντια θέση, και ο δίσκος ηρεμεί με το επίπεδό του κατακόρυφο. Την στιγμή που η ράβδος φτάνει στην κατακόρυφη θέση, καρφώνεται πάνω στην ακίδα. Να υπολογίσετε :

- i) Την γωνιακή ταχύτητα της ράβδου την στιγμή που φτάνει στο σημείο που είναι η ακίδα και λίγο πριν καρφωθεί πάνω της.
- ii) Την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αμέσως μετά την κρούση.
- iii) Την ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου αμέσως μετά την κρούση.
- iv) Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της ράβδου λίγο πριν την κρούση που μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας κατά την κρούση.

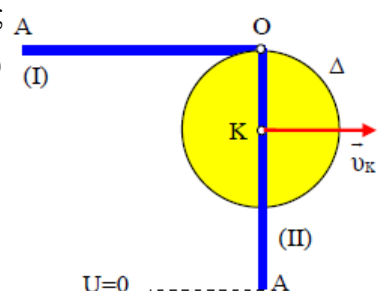
Δίνονται : Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_{p(O)} = M\ell^2/3$, η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα κάθετο στο κέντρο μάζας του $I_{cm} = mR^2/2$, και $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Απάντηση

- i) Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την κίνηση της ράβδου από την οριζόντια θέση (I) μέχρι την κατακόρυφη θέση (II) λίγο πριν καρφωθεί στην ακίδα κι έχουμε

$$Mg\ell = \frac{1}{2} I_{p(O)} \omega_0^2 + Mg \frac{\ell}{2} \quad \text{ή} \quad Mg\ell = \frac{1}{2} \frac{1}{3} M\ell^2 \omega_0^2 + Mg \frac{\ell}{2} \quad \text{ή}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3g}{\ell}} \quad \text{άρα μέτρο} \quad \omega_0 = 10 \text{ rad/s} \quad (1)$$



διεύθυνση, τον άξονα περιστροφής και φορά $\vec{\omega}_0 \odot$.

- ii) Κατά την διάρκεια της κρούσης όλες οι εξωτερικές δυνάμεις διέρχονται από τον άξονα περιστροφής, άρα δεν προκαλούν ροπή επομένως ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής δηλαδή

$$\vec{L}_{p(O)} = \vec{L}_{\text{συστ}(O)} \quad \text{ή} \quad I_{p(O)} \cdot \omega_0 = (I_{p(O)} + I_{\Delta(O)}) \cdot \omega \quad (2)$$

$$\text{Όπου} \quad I_{\Delta(O)} = \frac{1}{2} mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2} mR^2 \quad \text{ή} \quad I_{\Delta(O)} = \frac{3}{2} \cdot 2M \left(\frac{\ell}{3} \right)^2 = \frac{1}{3} M\ell^2 \quad (3)$$

Από τις (2) και (3) έχουμε ότι

$$\frac{1}{3} M \ell^2 \cdot \omega^2 = 2 \cdot \frac{1}{3} M \ell^2 \cdot \omega \quad \text{ή} \quad \omega = \frac{\omega_0}{2} \quad \text{και με βάση την (1)} \quad \omega = 5 \text{ rad/s} \quad (4)$$

διεύθυνση, τον άξονα περιστροφής και φορά $\vec{\omega} \odot$.

iii) Το κέντρο μάζας του δίσκου εκτελεί κυκλική κίνηση με στιγμιαία γωνιακή ταχύτητα μέτρου

$$v_K = \omega \cdot R = \omega \cdot \frac{\ell}{3} \quad \text{και με βάση την (4)} \quad v_K = 0,5 \text{ m/s}.$$

iv) Το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας κατά την κρούση είναι

$$\pi = \frac{K_{\rho, \text{πριν}} - K_{\text{συστ. μετά}}}{K_{\rho, \text{πριν}}} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} M \ell^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} M \ell^2 \omega^2}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} M \ell^2 \omega_0^2} \cdot 100\% = \frac{\omega_0^2 - 2\omega^2}{\omega_0^2} \cdot 100\%$$

και με βάση τις (1) και (4) προκύπτει $\pi = 50\%$.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Μανώλης Δρακάκης