

Ισορροπία - αρχή περιστροφής

Στη διάταξη του σχήματος, μια ομογενής λεπτή ράβδος AB μήκους $\ell = 2 \text{ m}$ και μάζας $M = 16 \text{ kg}$, είναι σε οριζόντια θέση και ισορροπεί.

Στο άκρο της A, είναι αρθρωμένη σε κατακόρυφο τοίχο ενώ στο άκρο της B, είναι δεμένο το κάτω άκρο κατακόρυφου αβαρούς μη εκτατού νήματος. Το πάνω άκρο του νήματος είναι ακλόνητα στερεωμένο.



A. Να υπολογίσετε:

- i) Τη τάση του νήματος.
- ii) Τη δύναμη που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση.

B. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα. Να υπολογίσετε:

- iii) Την επιτάχυνση του κέντρου μάζας και
- iv) τη δύναμη της άρθρωσης πάνω στη ράβδο, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος, και ενώ αυτή παραμένει ακόμη στην οριζόντια θέση.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$, και ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σ' αυτήν, υπολογίζεται με τη σχέση $I_{cm} = M\ell^2/12$.

Απάντηση

i) Αφού η ράβδος ισορροπεί θα ισχύει

$$\Sigma \tau_A = 0 \text{ ή } T\ell - w \frac{\ell}{2} = 0 \text{ ή } T = \frac{w}{2} = \frac{Mg}{2} \text{ ή}$$

$$T = 80 \text{ N} \quad (1).$$

ii) Επίσης ισχύει ότι $\Sigma F = 0$ ή $F_A + T = w$ ή

$$F_A = w - T \text{ ή } F_A = Mg - T$$

άρα με βάση την (1) και τα δεδομένα : $F_A = 80 \text{ N}$

iii) Αμέσως μετά που θα κόψουμε το νήμα και ενώ η ράβδος παραμένει ακόμη οριζόντια, το κέντρο μάζας έχει επιτρόχια επιτά-

$$\text{χυνση : } \alpha_{cm} = \alpha_\gamma \cdot \frac{\ell}{2} \quad (2)$$

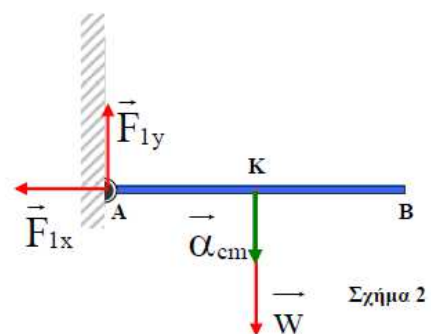
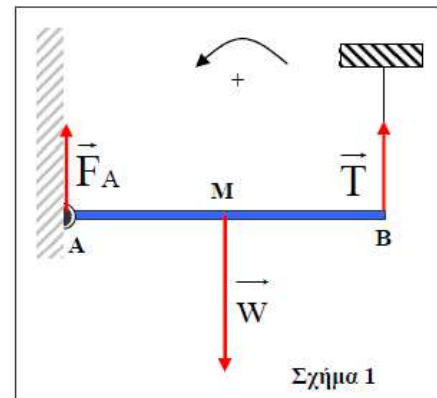
$$\text{Αλλά } \Sigma \tau_A = I_A \cdot \alpha_\gamma \quad (3)$$

Με βάση το θεώρημα του Steiner έχουμε ότι:

$$I_A = I_{cm} + M \left(\frac{\ell}{2} \right)^2 = \frac{1}{12} M \ell^2 + M \frac{\ell^2}{4} \text{ ή } I_A = \frac{1}{3} M \ell^2 \quad (4).$$

$$\text{Εξ άλλου } \Sigma \tau_A = w \frac{\ell}{2} \quad (5), \text{ (σχήμα 2)}$$

Η (3) με βάση τις (4) και (5) γράφεται :



$$w \frac{\ell}{2} = \frac{1}{3} M \ell^2 \alpha_\gamma \quad \text{ή} \quad Mg \frac{\ell}{2} = \frac{1}{3} M \ell \alpha_\gamma \quad \text{ή} \quad \alpha_\gamma = \frac{3g}{2\ell} = 7,5 \text{ rad/s}^2. \quad (6)$$

Από την (2) με βάση την (6) έχουμε ότι $\alpha_{\text{cm}} = 7,5 \text{ m/s}^2$. (7)

iv) Η δύναμη της άρθρωσης πάνω στη ράβδο αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος στην οριζόντια θέση είναι $\vec{F}_1 = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{1y}$ (8). Όμως η ράβδος είναι ακόμη ακίνητη, οπότε το κέντρο μάζας δεν έχει κεντρομόλο επιτάχυνση, έτσι δεν δέχεται κεντρομόλο δύναμη επομένως $F_{1x} = 0$, κατά συνέπεια $\vec{F}_1 = \vec{F}_{1y}$.
Συνεπώς για το κέντρο μάζας ισχύει :

$$\Sigma F = M \alpha_{\text{cm}} \quad \text{ή}$$

με βάση το σχήμα 2 :

$$w - F_{1y} = M \alpha_{\text{cm}} \quad \text{ή} \quad F_{1y} = Mg - M \alpha_{\text{cm}}$$

και με βάση τη σχέση (7) και τα δεδομένα

$$F_{1y} = 40 \text{ N}.$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Μανώλης Δρακάκης