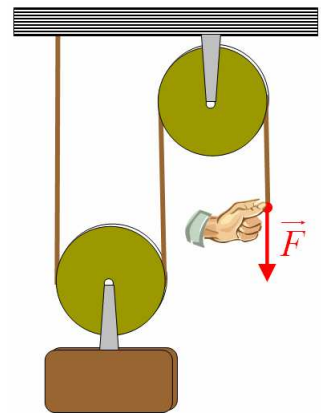


Η κινητή και η ακίνητη τροχαλία.

Οι δύο τροχαλίες του σχήματος είναι ολόιδες. Έχουν μάζα $m = 2\text{kg}$ κάθε μία και ακτίνες $R = 0,2\text{m}$. Στην κινητή κρεμάμε σώμα μάζας $M = 3\text{kg}$. Τα σχοινιά είναι αμελητέου πάχους, αμελητέας μάζας και μη εκτατά. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



- i) Πόση είναι η δύναμη που αν ασκηθεί στο άκρο του σχοινιού θα οδηγήσει το σύστημα σε ισορροπία ;
Αν αντί αυτής ασκηθεί δύναμη $F = 30\text{N}$ στο άκρο του σχοινιού τότε:
- ii) Ποιος ο λόγος των γωνιακών επιταχύνσεων των δύο τροχαλιών ;
- iii) Βρείτε την επιτάχυνση του κρεμασμένου σώματος, τις γωνιακές επιταχύνσεις των τροχαλιών και την επιτάχυνση με την οποία κινείται το άκρο του σχοινιού.
- iv) Την στιγμή που το σώμα έχει ανυψωθεί κατά $0,5\text{m}$ βρείτε το έργο που το χέρι θα έχει προσφέρει καθώς και τον ρυθμό παραγωγής έργου από το χέρι.

Απάντηση:

- i) Η κινητή τροχαλία δεν περιστρέφεται οπότε :

$$T_1 \cdot R = T_2 R \Rightarrow T_1 = T_2$$

Ούτε η ακίνητη περιστρέφεται άρα :

$$F \cdot R = T_2 R \Rightarrow F = T_2$$

Φυσικά :

$$F = T_1$$

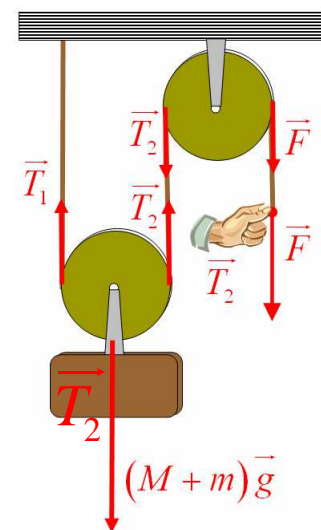
Το σύστημα κινητή τροχαλία – σώμα ισορροπεί επομένως:

$$T_1 + T_2 = (M + m)g \Rightarrow 2F = (M + m)g$$

$$\Rightarrow F = \frac{(M + m)g}{2} = 25\text{N}$$

Δηλαδή κρατάμε ή ανυψώνουμε με σταθερή ταχύτητα ασκώντας δύναμη όση το μισό βάρος του κρεμασμένου συστήματος σωμάτων.

- ii) Ασκώντας μεγαλύτερη δύναμη θα ανυψωθεί το βάρος και οι τροχαλίες θα περιστραφούν όπως δείχνει το σχήμα.



Το σημείο Γ έχει μηδενική επιτρόχιο επιτάχυνση ως εν επαφή με το ακίνητο σχοινί.

Άρα:

$$a = a_\varepsilon = a_\gamma \cdot R$$

Όπου a_γ η γωνιακή επιτάχυνση της κινητής τροχαλίας.

Το σημείο Δ επομένως έχει επιτάχυνση

$$a + a_\varepsilon = 2a = 2 \cdot a_\gamma \cdot R$$

Επειδή το σχοινί είναι μη εκτατό το χέρι έχει ίδια επιτάχυνση με το σημείο Δ. Επομένως:

$$a_{\chi\epsilon\rho} = 2a = 2 \cdot a_\gamma \cdot R$$

Λόγω του ότι δεν παρατηρείται ολίσθηση μεταξύ σχοινιού και ακίνητης τροχαλίας θα έχουμε για την γωνιακή της επιτάχυνση :

$$a_\gamma' = \frac{a_{\chi\epsilon\rho}}{R} = \frac{2a}{R} = 2 \cdot a_\gamma$$

iii) Για το σύστημα κινητή τροχαλία-σώμα έχουμε:

$$T_1 + T_2 - (M + m)g = (M + m)a \quad (1)$$

Για την κινητή τροχαλία:

$$\sum \tau = I \cdot a_\gamma \Rightarrow T_2 R - T_1 R = \frac{mR^2}{2} \frac{a}{R} \Rightarrow T_2 - T_1 = \frac{m}{2} a \quad (2)$$

Για την ακίνητη:

$$\begin{aligned} \sum \tau = I \cdot a_\gamma' &\Rightarrow F \cdot R - T_2 R = \frac{mR^2}{2} \frac{2a}{R} \\ &\Rightarrow F - T_2 = ma \quad (3) \end{aligned}$$

Θα λύσουμε το σύστημα των (1), (2), (3).

Αυτές γράφονται:

$$T_1 + T_2 - (M + m)g = (M + m)a \quad (4)$$

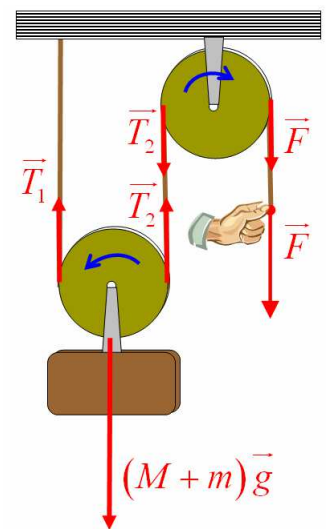
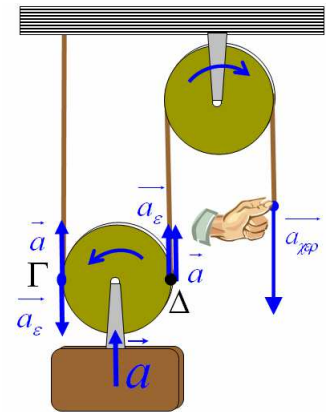
$$T_2 - T_1 = \frac{m}{2} a \quad (5)$$

$$2F - 2T_2 = 2ma \quad (6)$$

Προσθέτοντας τις (4), (5), (6) έχουμε:

$$2F - (M + m)g = \left(M + 3m + \frac{m}{2} \right) a \quad (7)$$

Από αυτήν υπολογίζουμε την επιτάχυνση του κρεμασμένου σώματος:



$$a = 1 \frac{m}{s^2}.$$

Για το χέρι τώρα: $a_{\chi\epsilon\rho} = 2a = 2 \frac{m}{s^2}$

Η γωνιακή επιτάχυνση της κινητής τροχαλίας είναι:

$$a_{\gamma} = \frac{a}{R} = \frac{1}{0,2} \frac{rad}{s^2} = 5 \frac{rad}{s^2}$$

ενώ της ακίνητης:

$$a_{\gamma}' = 2 \cdot a_{\gamma} = 10 \frac{rad}{s^2}.$$

iv) Όταν το σώμα έχει ανέβει $h = 0,5$ m, το χέρι έχει κατεβεί 1 m διότι έχοντας διπλάσια επιτάχυνση έχει και διπλάσια μετατόπιση. Έχει προσφέρει έργο: $W = F \cdot 2h = 30N \cdot 1m = 30J$

Από αυτά $(M + m) g \cdot h = 25J$ αύξησαν την δυναμική ενέργεια του συστήματος κρεμασμένο σώμα – τροχαλία και 5J μετετρέπησαν σε κινητική ενέργεια περιστροφής των δύο τροχαλιών και μεταφορική κινητική ενέργεια του συστήματος κρεμασμένο σώμα – τροχαλία.

Για τον ρυθμό παραγωγής έργου από το χέρι:

$$h = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 0,5 = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t = 1s \quad \text{και}$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{F \cdot dx_{\chi\epsilon\rho}}{dt} = F \cdot v_{\chi\epsilon\rho} = F \cdot a_{\chi\epsilon\rho} \cdot t = 60Watt$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Γιάννης Κυριακόπουλος