

**Δυο τροχοί και ένας δίσκος ανάμεσά τους έρχονται σε επαφή**

Οι τροχοί  $T_1$ ,  $T_2$  του σχήματος έχουν τραχιές επιφάνειες, και στρέφονται αντίρροπα ως προς κοινό άξονα περιστροφής  $y'y$ , που διέρχεται από τα κέντρα τους και είναι κάθετος στα επίπεδά τους. Οι γωνιακές των ταχύτητες έχουν μέτρα  $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$  και  $\omega_2 = 20 \text{ rad/s}$  αντίστοιχα. Ο δίσκος  $\Delta$  είναι ακίνητος.

Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , τα τρία αυτά σώματα φέρονται σε επαφή, χωρίς να ασκηθεί εξωτερική ροπή, και τη χρονική στιγμή  $t = 0,2 \text{ s}$  αποκτούν κοινή γωνιακή ταχύτητα γύρω από τον ίδιο άξονα περιστροφής  $y'y$ .

Να υπολογίσετε:

- i) Την κοινή γωνιακή ταχύτητα που αποκτά το σύστημα των τριών σωμάτων.
- ii) Την μέση ροπή που ασκήθηκε στον δίσκο  $\Delta$ .
- iii) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των δίσκων τροχών  $T_1, T_2$  που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια.
- iv) Την απώλεια μηχανικής ενέργειας αν η επιφάνεια του δίσκου  $\Delta$  που έρχεται σ' επαφή με το τροχό  $T_1$  ήταν λεία.
- v) Την τελική γωνιακή ταχύτητα των τροχών αν οι όλες οι επιφάνειες του δίσκου ήταν λείες.

Στον άξονα περιστροφής δεν υπάρχουν τριβές.

Οι ροπές αδράνειας των τροχών  $T_1, T_2$  ως προς τον άξονα περιστροφής  $y'y$  είναι  $I_1 = I_2 = 4 \text{ kgm}^2$ , και του δίσκου  $\Delta$  ως προς τον ίδιο άξονα  $I = 2 \text{ kgm}^2$ .

**Απάντηση**

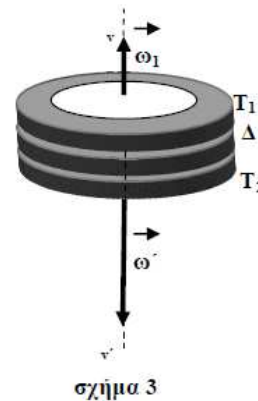
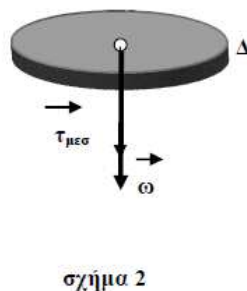
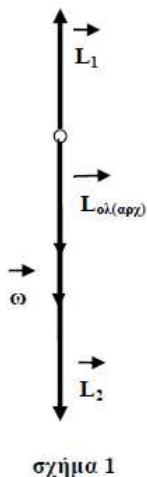
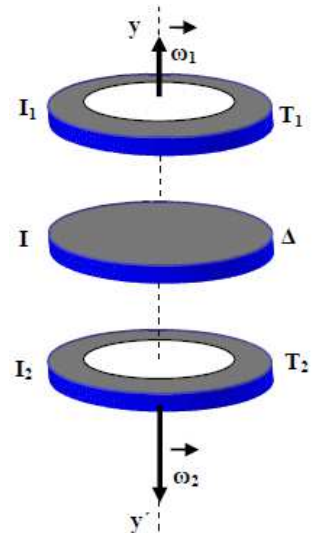
- i) Αφού δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές, ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής, δηλαδή

$$\vec{L}_{ολ(αρχ)} = \vec{L}_{ολ(τελ)} \quad \text{ή} \quad \vec{L}_1 + \vec{L}_2 = \vec{L}_{ολ(τελ)} \quad \text{ή} \quad L_2 - L_1 = I_{ολ} \omega \quad \text{ή} \quad I_2 \omega_2 - I_1 \omega_1 = (I_1 + I_2 + I) \omega$$

Άρα μέτρο το μέτρο της κοινής γωνιακής ταχύτητας του συστήματος των τριών σωμάτων, είναι

$$\omega = \frac{I_2 \omega_2 - I_1 \omega_1}{I_1 + I_2 + I} = 4 \text{ rad/s} \quad (1)$$

έχει διεύθυνση τον άξονα περιστροφής και φορά όπως στο σχήμα 1.



ii) Η μέση ροπή που ασκείται στον δίσκο Δ είναι

$$\vec{\tau}_{\text{μεσ}} = \frac{\Delta \vec{L}_{\Delta}}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \vec{\tau}_{\text{μεσ}} = \frac{\vec{L}_{\Delta, \text{τελ}} - \vec{L}_{\Delta, \text{αρχ}}}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \vec{\tau}_{\text{μεσ}} = \frac{\vec{L}_{\Delta, \text{τελ}} - \vec{0}}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \vec{\tau}_{\text{μεσ}} = \frac{\vec{L}_{\Delta, \text{τελ}}}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \tau_{\text{μεσ}} = \frac{I\omega}{\Delta t}$$

οπότε με βάση την (1) και τα δεδομένα έχει μέτρο  $\tau_{\text{μεσ}} = 40 \text{ Nm}$ , διεύθυνση τον άξονα περιστροφής και φορά όπως στο σχήμα 2.

iii) Η θερμική ενέργεια που εκλύεται μέχρι να αποκτηθεί η κοινή γωνιακή ταχύτητα είναι

$$Q = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 - \frac{1}{2} I_{\text{ολ}} \omega^2 = 920 \text{ J}$$

άρα το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμική είναι

$$\pi = \frac{Q}{\frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2} \cdot 100\% = \frac{920}{1000} \cdot 100\% = 92\%$$

iv) Αν η επιφάνεια του δίσκου Δ που έρχεται σε επαφή με τον τροχό  $T_1$  είναι λεία, τότε μεταξύ του τροχού αυτού και του δίσκου δεν αναπτύσσεται τριβή.

Έτσι ο τροχός  $T_1$  δεν δέχεται ούτε ασκεί ροπή.

Αυτό σημαίνει ότι δεν «κολλάει» με τον δίσκο και η αρχική του στροφορμή παραμένει σταθερή. Όμως μεταξύ το δίσκου και του τροχού  $T_2$  υπάρχει τριβή, άρα μετά από κάποιο χρονικό διάστημα ολίσθησης θα αποκτήσουν κοινή γωνιακή ταχύτητα  $\vec{\omega}'$ .

Έτσι με βάση την αρχή διατήρησης της στροφορμής έχουμε ότι

$$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 = \vec{L}_1 + \vec{L} \quad \text{ή} \quad \vec{L}_2 = \vec{L} \quad \text{ή} \quad I_2 \omega_2 = (I_2 + I) \omega' \quad \text{άρα} \quad \omega' = \frac{I_2 \omega_2}{I_2 + I} = \frac{40}{3} \text{ rad/s}$$

Η απώλεια μηχανικής ενέργειας είναι

$$E_{\text{απ}} = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 - \left[ \frac{1}{2} (I_2 + I) (\omega')^2 + \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 \right] = \frac{800}{3} \text{ J}$$

v) Αν οι επιφάνειες του δίσκου Δ είναι λείες, τότε δεν θα υπάρχει αλληλεπίδραση μέσω τριβής ανάμεσα στον δίσκο και τους τροχούς.

Αυτό σημαίνει ότι δεν ασκείται ροπή στους τροχούς, κατά συνέπεια οι αρχικές τους στροφορμές παραμένουν σταθερές άρα και οι γωνιακές τους ταχύτητες.

$$\text{Δηλαδή} \quad \omega_{1, \text{τελ}} = \omega_1 = 10 \text{ rad/s} \quad \text{και} \quad \omega_{2, \text{τελ}} = \omega_2 = 20 \text{ rad/s} ,$$

φυσικά χωρίς αλλαγή κατεύθυνσης.

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

**Μανώλης Δρακάκης**