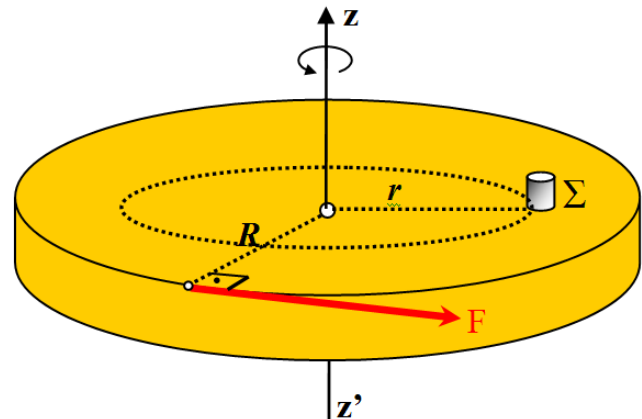


Δίσκος-σώμα και επικείμενη ολίσθηση

Ένας οριζόντιος δίσκος μάζας $M=4\text{kg}$ και ακτίνας $R=1\text{m}$ είναι αρχικά ακίνητος και έχει την δυνατότητα να στρέφεται γύρω από ακλόνητο κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Πάνω στο δίσκο και σε απόσταση $r=0,5\text{m}$ από το κέντρο του τοποθετούμε σώμα Σ μάζας $m=2\text{kg}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ο δίσκος ξεκινά να στρέφεται με τη επίδραση εφαπτομενικής δύναμης σταθερού μέτρου $F=10\text{N}$, χωρίς το σώμα Σ να ολισθαίνει.



Να υπολογίσετε:

- α) τη ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του
- β) το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος
- γ) το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος και της τριβής που δέχεται από το δίσκο την χρονική στιγμή $t_1=0,5\text{s}$
- δ) το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής κατά τον άξονα περιστροφής τη χρονική στιγμή $t_1=0,5\text{s}$
 - i) του σώματος Σ
 - ii) του δίσκου
 - iii) του συστήματος δίσκος-σώμα

Δίνεται η ροπή αδράνειας δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος σ' αυτόν $I_{cm}=1/2 MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

Λύση:

α) Η ροπή αδράνειας του συστήματος είναι:

$$I=I_{\text{δίσκου}}+I_{\text{σώματος}}=\frac{1}{2}MR^2+mr^2=\frac{1}{2}4\cdot 1^2+2\cdot 0,5^2=2+0,25$$

$$I=2,5\text{kg}\cdot\text{m}^2$$

β) Από τον Θεμελιώδη Νόμο της στροφικής κίνησης:

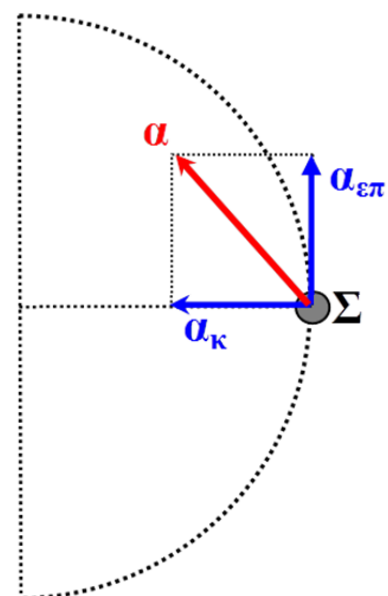
$$\Sigma\tau=I\cdot\alpha_{\text{γων}}\Rightarrow F\cdot R=I\cdot\alpha_{\text{γων}}\Rightarrow\alpha_{\text{γων}}=\frac{F\cdot R}{I}=\frac{10\cdot 1}{2,5}$$

$$\alpha_{\text{γων}}=4\text{rad/s}^2$$

γ) Η επιτάχυνση του σώματος Σ έχει δύο συνιστώσες:

• την ακτινική συνιστώσα που είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση και στην οποία οφείλεται η αλλαγή κατεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητας του σώματος κατά την διάρκεια της κυκλικής του κίνησης

$$\alpha_{\kappa}=\frac{v^2}{r}=\omega^2 r=4\cdot 0,5=2\text{m/s}^2$$



με $\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu} t = 2 \text{ rad/s}$

την εφαπτομενική συνιστώσα που είναι η επιτρόχιος επιτάχυνση και μετρά την αλλαγή του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας κατά την διάρκεια της κυκλικής κίνησης

$$\alpha_{\epsilon\pi} = \frac{du}{dt} = \frac{d(\omega \cdot r)}{dt} = r \cdot \frac{d\omega}{dt} = r \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} = 2 \text{ m/s}^2$$

Άρα:

$$\alpha = \sqrt{\alpha_{\epsilon\pi}^2 + \alpha_{\kappa}^2} = \sqrt{2^2 + 2^2}$$

$$\alpha = 2\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

Για το μέτρο της τριβής την χρονική στιγμή t_1 ισχύει:

$$T = m \alpha \Rightarrow T = 4\sqrt{2} \text{ N}$$

Και κατεύθυνσης ίδιας με αυτή της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$.

δ) Από τις δυνάμεις που ασκούνται σώμα Σ ροπή κατά τον άξονα περιστροφής προκαλούν η εφαπτομενική συνιστώσα της τριβής T_1 :

$$\frac{dL_{\sigma\omega\mu}}{dt} = \tau_T = T_1 \cdot r = m \cdot a_{\epsilon\pi} \cdot r \Rightarrow \frac{dL_{\sigma\omega\mu}}{dt} = 2 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

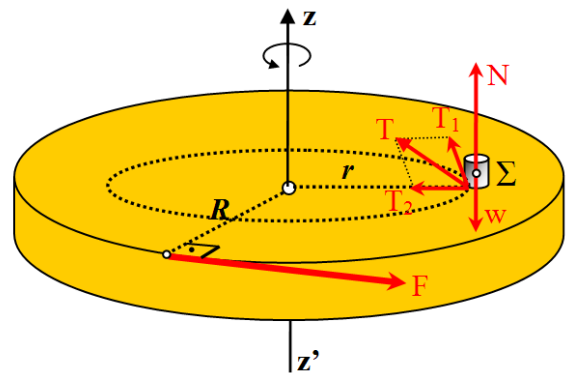
Από τις ασκούμενες δυνάμεις στον δίσκο ροπή κατά τον άξονα περιστροφής δημιουργούν η αντίδραση της τριβής T' , και μάλιστα η εφαπτομενική συνιστώσα T_1' , και η δύναμη F που ασκείται στην περιφέρειά του.

$$\frac{dL_{\delta\text{ίσκου}}}{dt} = \tau_F + \tau_{T'} = F \cdot R - T_1' \cdot r = F \cdot R - m \cdot a_{\epsilon\pi} \cdot r \Rightarrow$$

$$\frac{dL_{\delta\text{ίσκου}}}{dt} = 8 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Εξωτερική δύναμη με μηδενική ροπή κατά τον άξονα περιστροφής για το σύστημα δίσκος-σώμα είναι μόνο η δύναμη F.

$$\frac{dL_{\sigma\upsilon\sigma\tau}}{dt} = \Sigma \tau_{\epsilon\zeta} = \tau_F = F \cdot R \Rightarrow \frac{dL_{\sigma\upsilon\sigma\tau}}{dt} = 10 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$



Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Πέτρος Καραπέτρος