

Η κύλιση ενός τροχού

Ένας τροχός ακτίνας $R=0,5\text{m}$, κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή επιτάχυνση 2m/s^2 ξεκινώντας από την ηρεμία. Μετά από χρονικό διάστημα $t=5\text{s}$, να βρείτε:

- i) Την ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού O.
- ii) Την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού.
- iii) Τη ταχύτητα και την οριζόντια επιτάχυνση του σημείου επαφής του τροχού με το έδαφος, σημείο A, καθώς και του αντιδιαμετρικού του σημείου B.

Απάντηση:

- i) Όταν αναφέρεται η επιτάχυνση του τροχού, υπονοείται η μεταφορική επιτάχυνσή του, η οποία είναι η επιτάχυνση του κέντρου O του τροχού \vec{a}_{cm} .

Για την μεταφορική κίνηση ο τροχός αντιμετωπίζεται σαν υλικό σημείο, το οποίο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, οπότε ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v_{cm} = v_0 + a_{cm} \cdot t \quad (1) \quad \text{και} \quad x = v_0 t + \frac{1}{2} a_{cm} \cdot t^2. \quad (2)$$

Οπότε από την εξίσωση (1) παίρνουμε $v = v_0 + a_{cm} \cdot t = 0 + 2 \cdot 5\text{m/s} = 10\text{m/s}$.

Όλα τα σημεία του τροχού έχουν κάθε στιγμή ταχύτητα εξαιτίας της μεταφορικής κίνησης, ίση με την v_{cm} .

- ii) Επειδή ο τροχός κυλιέται χωρίς ολίσθηση ισχύει $a_{cm} = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R \rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{a_{cm}}{R} = 4\text{rad/s}^2$.

Άρα ο τροχός εκτελεί και στροφική ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και $\omega = a_{\gamma\omega\nu} \cdot t = 20\text{rad/s}$. Την ίδια τιμή θα βρούμε χρησιμοποιώντας την εξίσωση $v_{cm} = \omega R \rightarrow$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{10}{0,5} \text{ rad/s} = 20\text{rad/s}.$$

- iii) Το σημείο A έχει μια ταχύτητα προς τα δεξιά, την v_{cm} αλλά και μια ταχύτητα προς τ' αριστερά εξαιτίας της στροφικής κίνησης $v_{\gamma\rho} = \omega \cdot R = 20 \cdot 0,5\text{m/s} = 10\text{m/s}$.

Άρα η συνολική ταχύτητα του σημείου A είναι ίση με μηδέν.

Αυτό είναι και το βασικό κριτήριο για να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει ο τροχός.

Με την ίδια λογική το σημείο B θα έχει ταχύτητα $v_B = v_{cm} + v_{\gamma\rho} = 20\text{m/s}$.

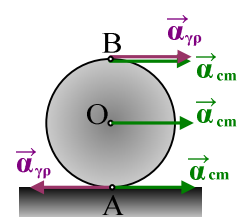
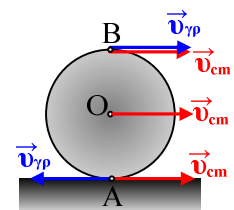
Για τις επιταχύνσεις των δύο σημείων:

Το σημείο A έχει εξαιτίας της μεταφορικής κίνησης επιτάχυνση a_{cm} και εξαιτίας της στροφικής κίνησης μια επιτροχια επιτάχυνση με φορά προς τ' αριστερά, η οποία είναι ίση με $a_{επ} = a_{\gamma\rho} = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R = 4 \cdot 0,5\text{m/s}^2 = 2\text{m/s}^2$.

Άρα η συνολική επιτάχυνση του σημείου A είναι:

$$a_A = a_{cm} - a_{\gamma\rho} = 0.$$

Ενώ για το σημείο B: $a_B = a_{cm} + a_{\gamma\rho} = 2\text{m/s}^2 + 2\text{m/s}^2 = 4\text{m/s}^2$.



Σχόλιο: Αφού το σημείο επαφής με το έδαφος έχει ταχύτητα μηδενική, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι ένα σημείο ενός ΣΤΙΓΜΙΑΙΟΥ ΑΞΟΝΑ περιστροφής του τροχού. Έτσι η κίνηση του τροχού μπορεί να θεωρηθεί μόνο στροφική (γύρω από τον στιγμιαίο άξονα περιστροφής) και όχι σύνθετη.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης