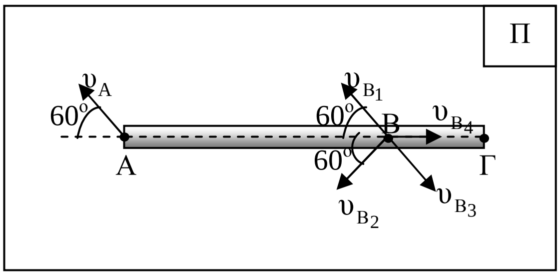
Ερωτήσεις δικαιολόγησης στην Κινηματική στερεού

Ερώτηση 1η



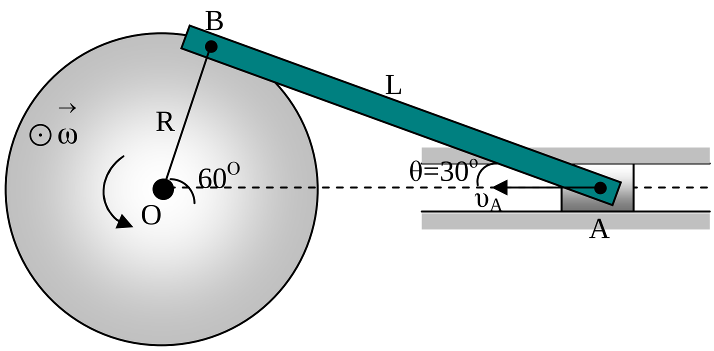
A₁. Η ομογενής ράβδος ΑΓ του σχήματος κινείται ελεύθερα στο οριζόντιο επίπεδο Π. Κάποια χρονική στιγμή που το άκρο της Α έχει την ταχύτητα του σχήματος με μέτρο $υ_A$ = 4m/s. Το σημείο Β της ράβδου έχει ταχύτητα:

α. $υ_{B_1}$ =4m/s **β.** $υ_{B_1}$ =4m/s ή $υ_{B_2}$ =4m/s

γ. $υ_{B_3}$ =4m/s ή $υ_{B_4}$ =2m/s

A₂. Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας.

Ερώτηση 2η

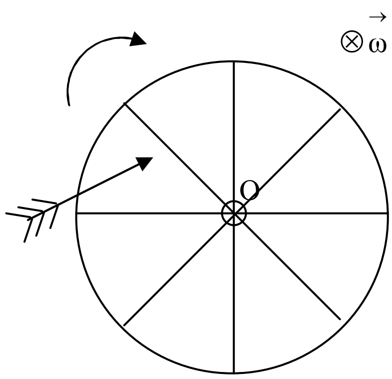


B₁. Ο στρόφαλος του σχήματος στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω περί τον σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Η ράβδος ΑΒ (διωστήρας ή μπιέλα) είναι στερεωμένος στο σημείο Β στην περιφέρεια του στρόφαλου και στο σημείο Α με το έμβολο που κινείται κατά μήκος του οδηγού του σχήματος. Κάποια χρονική στιγμή που η ράβδος ΑΒ σχηματίζει με την οριζόντια που διέρχεται από το Α γωνία $\hat{\theta}=30^0$,το σημείο Α έχει ταχύτητα μέτρου $υ_A=\sqrt{3}$ m/s. Αν η απόσταση (ΑΒ)=L=0,2$\sqrt{3}$ m, η γωνιακή ταχύτητα του στρόφαλου έχει μέτρο:

α. 10 rad/s **β.** 15 rad/s **γ.** 7,5 rad/s

B₂. Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας.

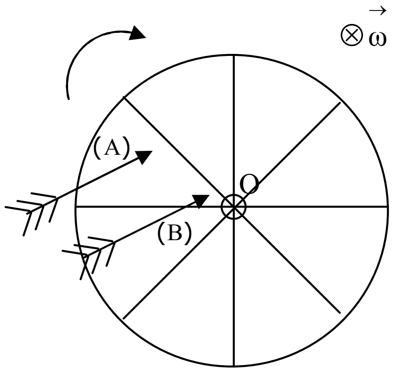
Ερώτηση 3η



Γ₁. Από έναν κυκλικό στόχο έχουμε αφαιρέσει τους κυκλικούς τομείς με αποτέλεσμα οι οκτώ ακτίνες αμελητέου πάχους να δημιουργούν ισάριθμα διάκενα. Με κατάλληλο μηχανισμό θέτουμε το στόχο σε στροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω, περί σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του Ο και είναι κάθετος στο κατακόρυφο επίπεδο περιστροφής του στόχου. Εναντίον του στόχου εκτοξεύουμε μικρό βέλος μήκους L.Το βέλος θεωρούμε ότι εκτελεί οριζόντια μεταφορική κίνηση με σταθερή ταχύτητα και για να υπάρχει πιθανότητα να περάσει από κάποιο διάκενο, δηλαδή να μην χτυπήσει σε κάποια ακτίνα, πρέπει η ταχύτητά του να είναι τουλάχιστον ίση με $υ_{min}$. Αν εκτοξεύσουμε το βέλος μια τυχαία χρονική στιγμή με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = \kappa\, \upsilon_{min}$, με κ >1, η πιθανότητα (%) να περάσει από κάποιο διάκενο είναι:

α. $\frac{100}{\kappa}\%$ **β.** $(1-\frac{1}{\kappa})100\%$ **γ.** $\frac{100}{8\kappa}\%$

Γ$_2$. Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας.



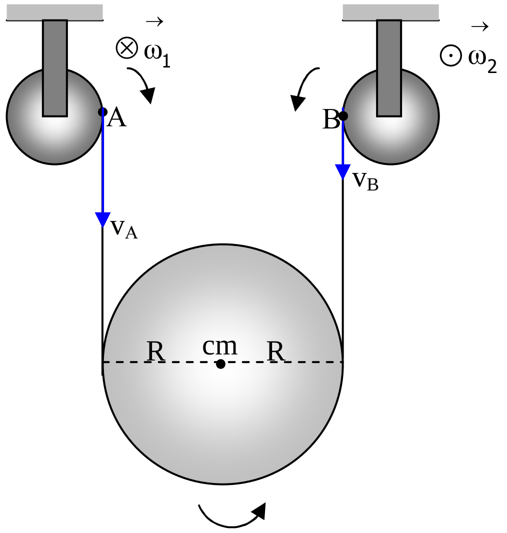
Ερώτηση 4η

Δ$_1$. Με βάση τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την προηγούμενη ερώτηση, για τις τιμές της ελάχιστης ταχύτητας υ_{min} που αντιστοιχούν στα όμοια βέλη A και B ισχύει:

α. $\upsilon_{min(A)} > \upsilon_{min(B)}$ **β.** $\upsilon_{min(A)} < \upsilon_{min(B)}$ **γ.** $\upsilon_{min(A)} = \upsilon_{min(B)}$

Δ$_2$. Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας.

Ερώτηση 5η



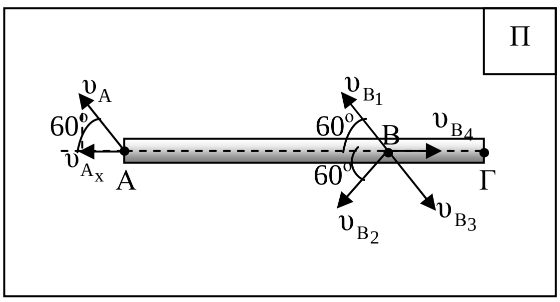
Ε$_1$. Το σύστημα του σχήματος αποτελείται από δύο σταθερές τροχαλίες στην περιφέρεια των οποίων είναι τυλιγμένο νήμα αμελητέας μάζας ,το οποίο δεν ολισθαίνει σ' αυτές, όπως και στην περιφέρεια της μεγαλύτερης ελεύθερης τροχαλίας ακτίνας R=0,1m.Οι σταθερές τροχαλίες στρέφονται και κάποια χρονική στιγμή , που τα σημεία A και B του νήματος κινούνται κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητες μέτρων υ_A=6 m/s και υ_B=2 m/s αντίστοιχα, η ελεύθερη τροχαλία κινείται έτσι ώστε, τα τμήματα του νήματος που καταλήγουν σ΄ αυτήν να παραμένουν διαρκώς κατακόρυφα. Η γωνιακή ταχύτητα της ελεύθερης τροχαλίας αυτή τη χρονική στιγμή έχει μέτρο :

α. 20rad/s **β.** 10 rad/s **γ.** 15 rad/s

Ε$_2$. Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Α$_1$. β



Α$_2$. Τα σημεία A και B της ράβδου ΑΓ πρέπει να έχουν την ίδια ταχύτητα κατά τη διεύθυνση της AB για να μη μεταβάλλεται η απόσταση AB (ορισμός του μηχανικού στερεού σώματος). Άρα η ταχύτητα του σημείου B κατά τη διεύθυνση της AB, υ_{B_x} πρέπει να είναι ίση με την αντίστοιχη του σημείου

A, υ_{A_x}.

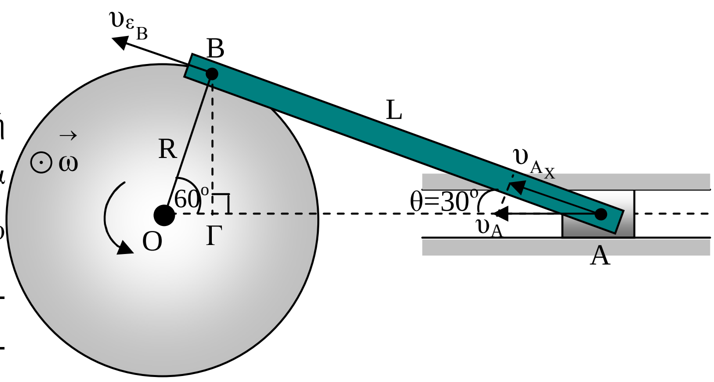
Αλλά $\upsilon_{A_x} = \upsilon_A \sigma\upsilon\nu 60^o \Rightarrow \upsilon_{A_x} = 2m/s$. Άρα $\upsilon_{B_x} = 2m/s$.

Επομένως, η ταχύτητα του σημείου Β μπορεί να είναι η $\vec{\upsilon}_{B_1}$ διότι $\upsilon_{B_{1x}} = \upsilon_{B_1}$ συν60^o =2m/s ή η $\vec{\upsilon}_{B_2}$ διότι ομοίως $\upsilon_{B_{2x}} = \upsilon_{B_2}$ συν60^o= 2m/s.

**Το σημείο Β θα έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{B_1}$,αν η ράβδος εκτελεί μεταφορική κίνηση και ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{B_2}$, αν η ράβδος εκτελεί σύνθετη ,η οποία αναλύεται σε μια μεταφορική και μια στροφική περί άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της ράβδου και είναι κάθετος στο επίπεδο Π.

B_1. γ

B_2. Το σημείο Β της ράβδου συμμετέχει στη στροφική κίνηση του στρόφαλου και έχει επιτρόχια ταχύτητα υ_{ε_B} =ωR, όπου ω η γωνιακή ταχύτητα του στρόφαλου και R η ακτίνα του. Για να παραμένει σταθερή η απόσταση ΑΒ στο μηχανικό στερεό «ράβδος ΑΒ ή διωστήρας ή μπιέλα» πρέπει η συνιστώσα της ταχύτητας του σημείου Α στη διεύθυνση ΑΒ, υ_{Ax} να είναι ίση με την ταχύτητα του σημείου Β.



$$\text{Άρα } \upsilon_{\varepsilon B} = \upsilon_{Ax} \Rightarrow \upsilon_{\varepsilon B} = \upsilon_A \sigma\upsilon\nu 30^o \Rightarrow \omega R = \upsilon_A \sigma\upsilon\nu 30^o \Rightarrow \omega = \frac{\upsilon_A \sigma\upsilon\nu 30^o}{R} \ (1).$$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο $O\hat{\Gamma}B$: $\eta\mu 60^o = \dfrac{(B\Gamma)}{R} \Rightarrow R = \dfrac{(B\Gamma)}{\eta\mu 60^o}$ (2).

Από το ορθογώνιο τρίγωνο $B\hat{\Gamma}A$: $\eta\mu 30^o = \dfrac{(B\Gamma)}{L} \Rightarrow (B\Gamma) = L\eta\mu 30^o$ (3)

Από (2) και (3) $\Rightarrow R = \dfrac{L\eta\mu 30^o}{\eta\mu 60^o} \Rightarrow R = \dfrac{0,2\sqrt{3}\,\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow R = 0,2$ (4)

2^{ος} τρόπος

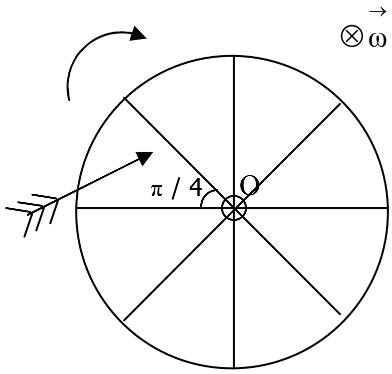
Από τον Νόμο των Ημιτόνων στο τρίγωνο $O\hat{B}A$: $\dfrac{\eta\mu 60^\circ}{L} = \dfrac{\eta\mu 30^\circ}{R} \Rightarrow R = \dfrac{L\eta\mu 30^\circ}{\eta\mu 60^\circ} \Rightarrow R = 0,2m$

Από (1) και (4) $\Rightarrow \omega = \dfrac{\sqrt{3}\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{0,2} \Rightarrow \omega = 7,5 \text{ rad/s}$.

3ος τρόπος

Από το ορθογώνιο τρίγωνο $O\hat{B}A$: $\varepsilon\varphi 30^o = \dfrac{R}{L} \Rightarrow R = L\varepsilon\varphi 30^\circ \Rightarrow R = 0,2\text{m}$

Γ1. β



Γ2. Ο χρόνος που απαιτείται για να περάσει το βέλος από ένα διάκενο του τροχού είναι $t_\beta = \dfrac{L}{\upsilon}$ (1), όπου υ= η σταθερή ταχύτητα με την οποία το βέλος εκτελεί την οριζόντια μεταφορική του κίνηση.

Η διέλευση του βέλους από ένα διάκενο του τροχού επιτυγχάνεται με την ελάχιστη τιμή ταχύτητας, όταν το βέλος αρχίζει να περνάει από τον τροχό κάποια χρονική στιγμή, που μια ακτίνα του τροχού <u>μόλις έχει περάσει</u> από τη διεύθυνση της κίνησής του και τελειώνει τη διέλευσή του <u>μόλις πριν η επόμενη ακτίνα</u> βρεθεί στη διεύθυνση κίνησής του. Αν $t_{\alpha\kappa\tau}$ είναι ο χρόνος διέλευσης δύο διαδοχικών ακτίνων από την ίδια θέση (διεύθυνση κίνησης του βέλους), τότε $t_\beta = t_{\alpha\kappa\tau}$ (2).

Αλλά ο χρόνος $t_{\alpha\kappa\tau}$ είναι ίσος με το χρόνο που απαιτείται ώστε μια ακτίνα να περιστραφεί κατά

$$\hat{\varphi} = \frac{2\pi}{8} \Rightarrow \hat{\varphi} = \frac{\pi}{4}\text{rad}. \text{ Άρα } t_{\alpha\kappa\tau} = \frac{\varphi}{\omega} \Rightarrow t_{\alpha\kappa\tau} = \frac{\pi}{4\omega} \text{ (3).}$$

$$\text{Από (2)} \overset{(1)}{\underset{(3)}{\Rightarrow}} \frac{L}{\upsilon_{min}} = \frac{\pi}{4\omega} \Rightarrow \upsilon_{min} = \frac{4\omega L}{\pi} \text{ (4).}$$

Όταν το βέλος εκτοξεύεται σε τυχαία χρονική στιγμή με ταχύτητα κ φορές μεγαλύτερη από την ελάχιστη $\upsilon = \kappa\upsilon_{min}$, τότε η (%) πιθανότητα να χτυπήσει σε μια ακτίνα είναι:

$$P(\%) = \frac{t_\beta}{t_{\alpha\kappa\tau}}100\% \overset{(1)}{\underset{(3)}{\Rightarrow}} P(\%) = \frac{\dfrac{L}{\upsilon}}{\dfrac{\pi}{4\omega}}100\% \Rightarrow P(\%) = \frac{4\omega L}{\upsilon\pi}100\% \Rightarrow P(\%) = \frac{4\omega L}{\kappa\upsilon_{min}\pi}100\% \overset{(4)}{\Rightarrow}$$

$$P(\%) = \frac{4\omega L}{\kappa\dfrac{4\omega L}{\pi}\pi}100\% \Rightarrow P(\%) = \frac{100}{\kappa}\%.$$

Άρα η (%) πιθανότητα να περάσει από διάκενο είναι: $P(\%) = (1 - \dfrac{1}{\kappa})\,100(\%)$.

Δ1. γ

Δ2. Η διαδικασία δικαιολόγησης είναι ίδια με αυτήν που ακολουθήθηκε στην Γ ερώτηση μέχρι τον υπολογισμό της τιμής της ελάχιστης ταχύτητας $\upsilon_{min} = \dfrac{4\omega L}{\pi}$ (Σχέση 4). Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η ελάχιστη τιμή ταχύτητας για να διέλθει ένα βέλος από ένα διάκενο είναι ανεξάρτητη από την απόσταση της τροχιάς του βέλους από το κέντρο Ο του τροχού.

* Η φυσική ερμηνεία του αποτελέσματος έχει να κάνει με το γεγονός ότι ένα οποιοδήποτε σημείο μιας ακτίνας του περιστρεφόμενου τροχού σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα διαγράφει την ίδια γωνία, άρα το ενδεχόμενο της συνάντησης βέλους – ακτίνας δεν εξαρτάται από τη θέση της τροχιάς του βέλους.

Ε$_1$. α

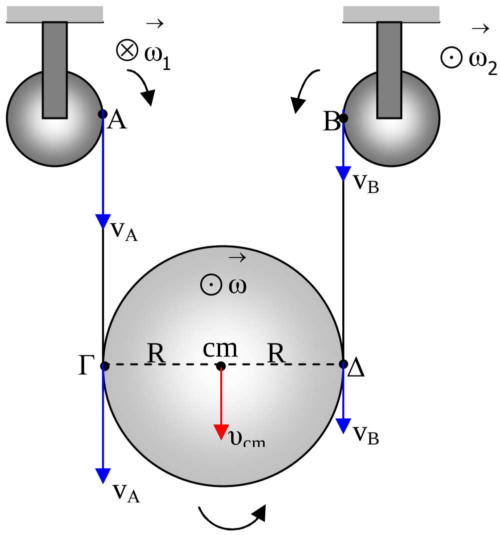
Ε$_2$. Επειδή το νήμα δεν ολισθαίνει στις περιφέρειες την τροχαλιών, $v_A=v_\Gamma$ και $v_\Delta=v_B$. Αλλά τα σημεία της περιφέρειας της ελεύθερης τροχαλίας που είναι σε επαφή με τα σημεία Γ και Δ του νήματος έχουν ταχύτητες $\upsilon_{cm}+\omega R$ και $\upsilon_{cm}-\omega R$ αντίστοιχα, όπου ω η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της ελεύθερης τροχαλίας. Άρα $v_A=\upsilon_{cm}+\omega R$ (1) και

$$v_B=\upsilon_{cm}-\omega R \quad (2).$$

Η φορά περιστροφής της τροχαλίας εξηγείται από το γεγονός ότι $v_A>v_B$.

Από την αφαίρεση των (1) και (2): $v_A- v_B=2\omega R$

$$\Rightarrow \omega = \frac{v_A - v_B}{2R} \Rightarrow \omega = \frac{6-2}{2\cdot 0,1} \Rightarrow \omega = \frac{4}{0,2} \Rightarrow \omega = 20 \text{rad}/\text{s}.$$



Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Ξ. Στεργιάδης